Instituto de Física
Universidade Federal Fluminense

Curso de Termodinâmica-GFI 04116

1º semestre de 2011

Prof. Jürgen Stilck

Solução do exercício 2-19

Sendo a entropia uma função côncava de suas variáveis, seus extremos só podem ser máximos. Assim, o máximo da entropia S deve ser caracterizado por ter $dS = 0$. Como os números de moles N_1 e N_2 são mantidos fixos, teremos:

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial U_1}\right) dU_1 + \left(\frac{\partial S}{\partial U_2}\right) dU_2 + \left(\frac{\partial S}{\partial V_1}\right) dV_1 + \left(\frac{\partial S}{\partial V_2}\right) dV_2.$$

Como a entropia é aditiva $S = S_1(U_1, V_1, N_1) + S_2(U_2, V_2, N_2)$ e, portanto:

$$dS = \left(\frac{1}{T_1}\right) dU_1 + \left(\frac{1}{T_2}\right) dU_2 + \left(\frac{p_1}{T_1}\right) dV_1 + \left(\frac{p_2}{T_2}\right) dV_2.$$

Lembrando que o sistema composto é isolado, $dU = dU_1 + dU_2 = 0$ e $dV = dV_1 + dV_2 = 0$. Então, teremos:

$$dS = \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) dU_1 + \left(\frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2}\right) dV_1,$$

impondo que este diferencial se anule no novo estado de equilíbrio, chegamos às condições:

$$\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} = 0$$

e

$$\frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2} = 0,$$

que implicam a igualdade das temperaturas e pressões nos dois subsistemas no estado de entropia máxima.